Schriftliches Malnehmen selbständig erarbeiten

Einstieg

Ich schrieb folgende Rechenaufgabe an die Tafel:

$$837 \cdot 45 =$$

„Wer meint, diese Aufgabe am Ende unserer Rechenepoche mühelos lösen zu können?“ Viele Kinder schauten mich ungläubig an. Ein paar Kinder bekamen leuchtende Augen. Ein paar weitere begannen bereits, im Kopf zu rechnen. Die ersten Vorschläge wurden laut: „Man könnte 837 vier Mal zusammenrechnen (1).“ „Genau, und dann in einer weiteren Rechnung die 837 ein fünftes Mal dazurechnen (3) und dann beides zusammenrechnen (4).“ „Halt! Man muss an die erste Rechnung noch eine Null dranhängen, da die 4 ja ein Zehner ist! (2)“ Alles Äußerungen der Kinder. Gesagt – getan. Folgendes schreiben einzelne Schüler an die Tafel:

(1)
$$\begin{array}{r} 837 \\ 837 \\ 837 \\ +\ 837 \\ \hline 3348 \end{array}$$

(2)
$$3348 \rightarrow 33480$$

(3)
$$\begin{array}{r} 3348 \\ +\ 837 \\ \hline 4185 \end{array}$$

(4)
$$\begin{array}{r} 33480 \\ +\ 4185 \\ \hline 37665 \end{array}$$

Abb. 1

„Ich bringe morgen einen Taschenrechner mit“, rief ein Junge, „dann können wir überprüfen, ob das wirklich stimmt!“ Am nächsten Tag bestätigte der Taschenrechner: es stimmt! „Dann haben wir ja schon am ersten Epochentag unser Ziel erreicht!“. Diese Erkenntnis einer Schülerin schmälerte allerdings in keiner Weise die Motivation, sich weiterhin mit dem Lösen mehrstelliger Multiplikationsaufgaben zu beschäftigen.

Individuelles Entdecken von Rechenwegen

Nach diesem schwungvollen und ermutigenden Einstieg ließ ich die Kinder in den folgenden Tagen selbst probieren. Ich schrieb unterschiedlich schwere Aufgaben an die Tafel. Auf eine andere Tafelseite schrieb ich die Lösungen. Den Weg dorthin erarbeiten sich die Kinder selbst und konnten selbständig überprüfen, ob ihr Weg zum korrekten Ergebnis geführt hatte oder nicht.

Verschiedene Rechenwege:

$421 \cdot 5 =$

$$\begin{array}{r} 421 \\ 421 \\ 421 \\ 421 \\ +\ 421 \\ \hline \underline{\underline{2105}} \end{array}$$

oder $421 \cdot 10 = 4210$

$4210 : 2 = \underline{\underline{2105}}$

$365 \cdot 43 =$

$$\begin{array}{rcr} 300 \cdot 40 & = & 12000 \\ 60 \cdot 40 & = & 2400 \\ 5 \cdot 40 & = & 200 \\ 300 \cdot 3 & = & 900 \\ 60 \cdot 3 & = & 180 \\ 5 \cdot 3 & = & +\ 15 \\ \hline & & \underline{\underline{15695}} \end{array}$$

Abb. 2

Am Ende des Unterrichts fragte ich die Kinder nach ihren Entdeckungen. Manche von ihnen rechneten uns ihren Weg an der Tafel vor. In diesen Momenten war die Aufmerksamkeit der Klasse extrem hoch – deutlich höher, als wenn ich als Lehrerin etwas erklärt hätte. Alle waren fasziniert davon, auf welche Ideen ihre Mitschüler gekommen waren. Meine Aufgabe beschränkte sich auf das Moderieren: „Sprich bitte, während du schreibst, damit wir wissen, was du genau tust“ oder „Wer weiß, warum er / sie das jetzt so und nicht anders gerechnet hat?“. Auf diese Weise konnten auch die langsameren Rechner immer wieder anknüpfen.

Systematisierung der Erfahrungen

Nach ein paar Tagen hatten sich alle Kinder „ihren“ Rechenweg erarbeitet und geübt und Sicherheit auf ihrem Weg erlangt. Allen gemeinsam war auch, dass sie für das Lösen einer Aufgabe mehrere Nebenrechnungen brauchen. Zeit, sich zu fragen, ob es auch weniger aufwändig ginge.

Dazu beschränkten wir uns auf das Malnehmen von dreistelligen mit einstelligen Zahlen:

$$538 \cdot 4 =$$

Abb. 3

„Wie können wir diese Aufgabe **ohne Nebenrechnung** lösen?“ Ich wischte das Gleichheitszeichen weg und unterstrich die Aufgabe.

$$\underline{538 \cdot 4}$$

Abb. 3a

Schnell stand der Vorschlag im Raum, die Nebenrechnung einfach unter den Strich zu schreiben. Der Übersichtlichkeit halber schlug ich vor, für die verschiedenen einzelnen Multiplikationen verschiedene Farben zu nehmen. Wir machten uns nochmals klar, dass das Malnehmen mit einem Zehner eine Null ans Ergebnis drangehängt bekommt, beim Malnehmen mit einer Hunderterzahl braucht es entsprechend zwei Nullen.

$$
\begin{array}{r}
538 \cdot 4 \\
\hline
32 \\
120 \\
+\,2000 \\
\hline
2152 \\
\hline\hline
\end{array}
$$

Abb. 4

Die Schüler übten daran zwei, drei Tage. Die Schnelleren bekamen größere Zahlen, der Multiplikator blieb einstellig:

$$
\begin{array}{r}
37594 \cdot 6 \\
\hline
24 \\
540 \\
3000 \\
42000 \\
+\,{}_{1}180000 \\
\hline
225564 \\
\hline\hline
\end{array}
$$

Abb. 5

Einige Kinder wollten es nun mit zweistelligen Multiplikatoren probieren und lösten es folgendermaßen:

$$
\begin{array}{r}
594 \cdot 65 \\
\hline
240 \\
5400 \\
+\,30000 \\
\hline
35640
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
594 \cdot 65 \\
\hline
20 \\
450 \\
+\,2500 \\
\hline
2970
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
35640 \\
+\,2970 \\
{}_{1\,1} \\
\hline
38610 \\
\hline\hline
\end{array}
$$

Abb. 6

„Geht es noch geschickter, so dass wir nicht immer so viel schreiben müssen und schneller zur Lösung kommen?“, fragte ich die Kinder. Weniger Aufwand und schnellere Lösung waren für die allermeisten höchst attraktive Ziele. So wurde eifrig weitergeforscht.

Zusammenführung der Erkenntnisse

Auch auf den nächsten Schritt – das Nebeneinanderschreiben der Ergebnisse der einzelnen Multiplikationen - kamen die Kinder in einem Unterrichtsgespräch von selbst:

413 · 2
826

421 · 3
1263

Abb. 7

Am nächsten Tag schrieb ich eine Aufgabe an die Tafel, bei der die Ergebnisse der einzelnen Multiplikationen den Zehnerraum überschreiten:

256 · 3

Abb. 8

Es brauchte nur einen kleinen Hinweis von mir und die Sache mit den Merkzahlen war klar. Wir kannten das ja auch schon vom schriftlichen Addieren. Allerdings achtete ich sofort darauf, dass wir die Merkzahlen nicht aufschrieben, sondern sie uns im Kopf merkten, z. B. in obigem Beispiel „3 x 6 = 18, also 8 hin(-geschrieben), 1 im Sinn".

256 · 3
768

Abb. 9

Dies ist wichtig, weil das Multiplizieren mit mehrstelligen Zahlen sonst unübersichtlich würde. Und genau das war unser letzter Schritt: Wie können wir nun mit mehrstelligen Zahlen multiplizieren?
Auch auf den nächsten Schritt kam ein Kind selbständig. Es kombinierte verschiedene bereits erarbeitete Rechenschritte: Es rechnete wie in Abb. 9, wobei es zuerst die (rote) Null hinschrieb („denn wir nehmen hier ja mit einem Zehner mal"). Dass die Multiplikationen mit dem Einer einfach daruntergeschrieben werden können, kannten wir ja schon (Abb. 6).

572 · 83
45760
+ 1716
1
47476

Abb. 10

Wir erweiterten das Prinzip auf drei- und vierstellige Aufgaben und stießen nun auf die Frage, ob die vielen Nullen überhaupt sinnvoll seien. Ich schlug den Platzhalter vor:

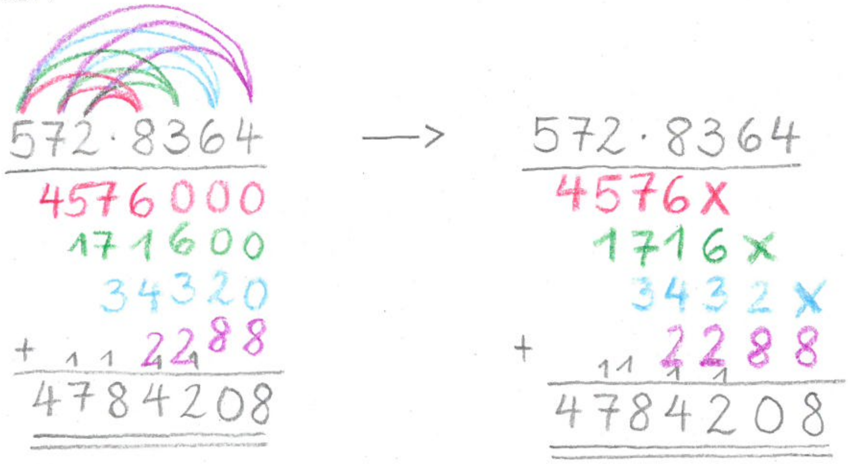

Abb. 11

Die Klasse war fasziniert von der Zusammenführung der vielen Teilschritte. Alles, was die Kinder sich selbständig erarbeitet hatten, wurde nun in verkürzter Form gebraucht. Manche Kinder, die beim letzten Schritt (Abb. 10) den Überblick verloren hatten, stiegen nun wieder ein, da man sich am Platzhalter gut orientieren konnte.

Für alle Entdeckungen, Auswertungen und weiterführenden Fragen, die uns schließlich zu einer sinnvollen Methode des schriftlichen Malnehmens geführt hatten, hatten wir zwei Wochen gebraucht. Nun blieben noch weitere zwei Wochen, um das Erarbeitete gründlich zu üben.

Auswertung

Dass die allermeisten Kinder gedanklich tief in die Problemstellung eingetaucht waren und auch weiterhin selbstbewusst ihre eigenen Rechenweg gehen wollten, wurde mir bewusst, als ich die unterschiedlichen Darstellungen der gleichen Aufgabe sah:

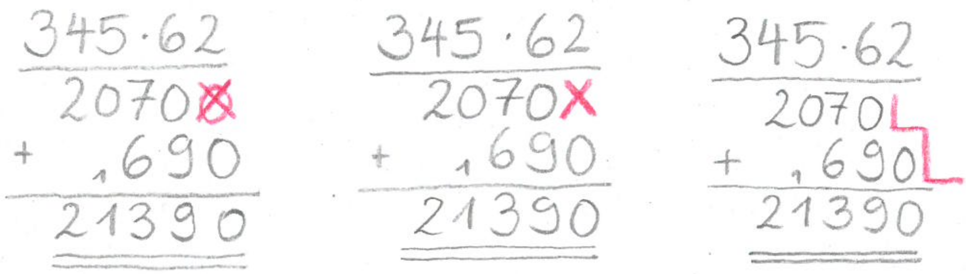

Abb. 12

Die Motivation der Klasse insgesamt war auffallend hoch, nicht nur beim entdeckenden Lernen, sondern auch beim Üben im zweiten Teil der Epoche.

Das Selbstbewusstsein fast aller Schüler in Bezug auf ihre Rechenfähigkeiten war gestiegen. Die Konzentrationsspanne war bei den meisten Kindern ebenfalls gestiegen.

Das Wiederholen verschiedener bereits behandelter Themen ergab sich quasi von selbst: Das kleine Einmaleins, das kleine Einmalzehn und das kleine Einmalhundert; das schriftliche Addieren.

Verschiedene Erkenntnisse ergaben sich: Das Multiplizieren ist ein erweitertes Addieren; mit dem kleinen Einmaleins lassen sich auch große Malaufgaben lösen; folglich ist die Beherrschung des kleinen Einmaleins unerlässlich; mit den bisher bekannten Rechenwegen lassen sich neue Rechenwege erschließen; es gibt keine schwachen Rechner, denn jeder kann irgendwo anknüpfen und zur Lösung kommen.

Die Schülerinnen und Schüler waren zu Forschern geworden, die zeigen durften, dass sie aus sich heraus etwas lösen und lernen können und wollen. Ich selbst war von der Lehrerin zur Lernbegleiterin geworden. Ich führte den Prozess, ließ aber den Schülerinnen und Schülern maximale Erforschungsfreiheit. So konnte ich einzelne Schüler viel besser in ihrer Art zu lernen und mit Herausforderungen umzugehen, wahrnehmen und individuell begleiten, als beim frontalen Unterrichten. Das Lernsetting ergab sich von selbst: Viele Kinder wollten alleine rechnen und suchten sich nur dann Rat bei Mitschülern, wenn sie nicht weiterkamen. Wenige Kinder (nämlich die unsicheren Rechner) wollten von vorneherein zu zweit rechnen. Jeden Tag gab es am Anfang und / oder am Ende des selbsttätigen Rechnens eine kurze frontale Sequenz, in der Fragen gestellt oder Erkenntnisse mitgeteilt werden oder auch Hinweise von mir gegeben werden konnten.

Am letzten Epochentag schrieb ich die Aufgabe vom ersten Epochentag wieder an die Tafel und fragte, wer diese Aufgabe nun mühelos lösen könne. Allgemeines Melden und Lachen und die Feststellung, dass wir das Epochenziel sogar übertroffen hatten, da sich – wenn das Prinzip einmal verstanden ist – beliebig große Zahlen miteinander multiplizieren lassen.