

Blatt 02: Logarithmische Spirale durch gedrehte Quadrate

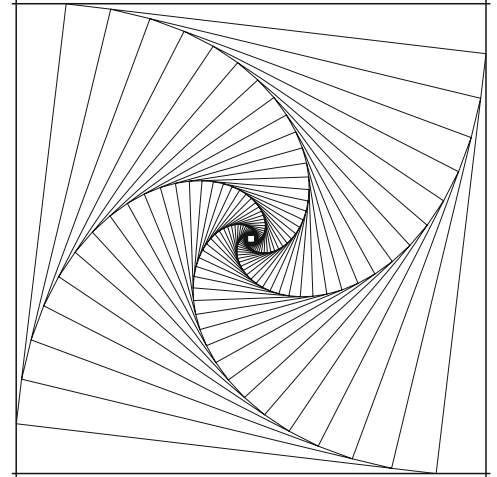
Liebe Schülerinnen und Schüler, die nächste Aufgabe ist etwas schwieriger, weil man nun jedes Quadrat sehr genau messen und vor allem sehr genau zeichnen muss. Jeder Fehler beim Ablesen oder Setzen von Punkten wird sich auf den Rest der Konstruktion auswirken. Noch ist es nicht ganz so schlimm, weil die Zeichnung dabei nur etwas schiefer wird, aber ein geübtes Auge kann das durchaus erkennen.

Die Aufgabe:

Es wird von einem Quadrat der Seitenlänge 16 cm ausgegangen. Von jeder Ecke wird nun im Uhrzeigersinn jeweils ein Zehntel (1,6 cm) abgetragen.

Die vier Punkte bilden ein neues, kleineres und gedrehtes Quadrat.

Nun wird von diesem aus dieselbe Prozedur gemacht. Man misst die Länge der Seite (14,4 cm), bildet das Zehntel davon (1,44 cm) und trägt es im Uhrzeigersinn auf dem neuen Quadrat ab. Die Verbindung dieser vier Punkte bildet das dritte Quadrat, wieder etwas gedreht. So geht es immer weiter . . .



Vorgehen:

Wir beginnen mit dem ersten Quadrat, das fast genauso konstruiert wird, wie in Zeichnung 1. Wir brauchen diesmal aber keine Diagonalen und auch kein Mittenkreuz, - nur das Quadrat selbst.

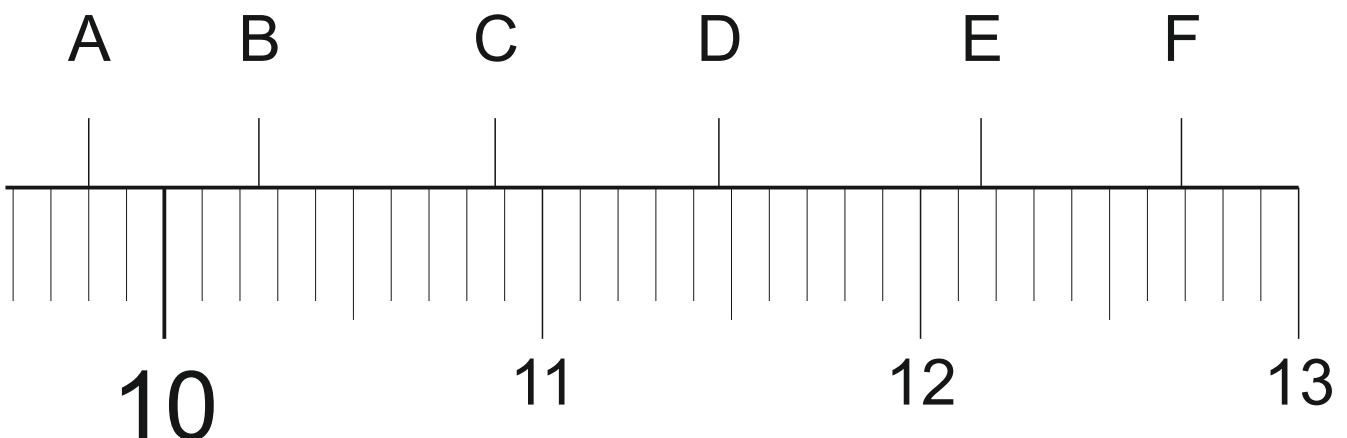
Bitte versucht es genau so zu zeichnen wie angegeben. Also keine Hilfsmittel wie z.B. Zeichenbretter mit fixierbaren Linealen und auch nicht die Markierungen auf Geo-Dreiecken benutzen, sondern jede Gerade immer über zwei Punkte ziehen oder durch Kreuzungspunkte und Ecken ziehen.

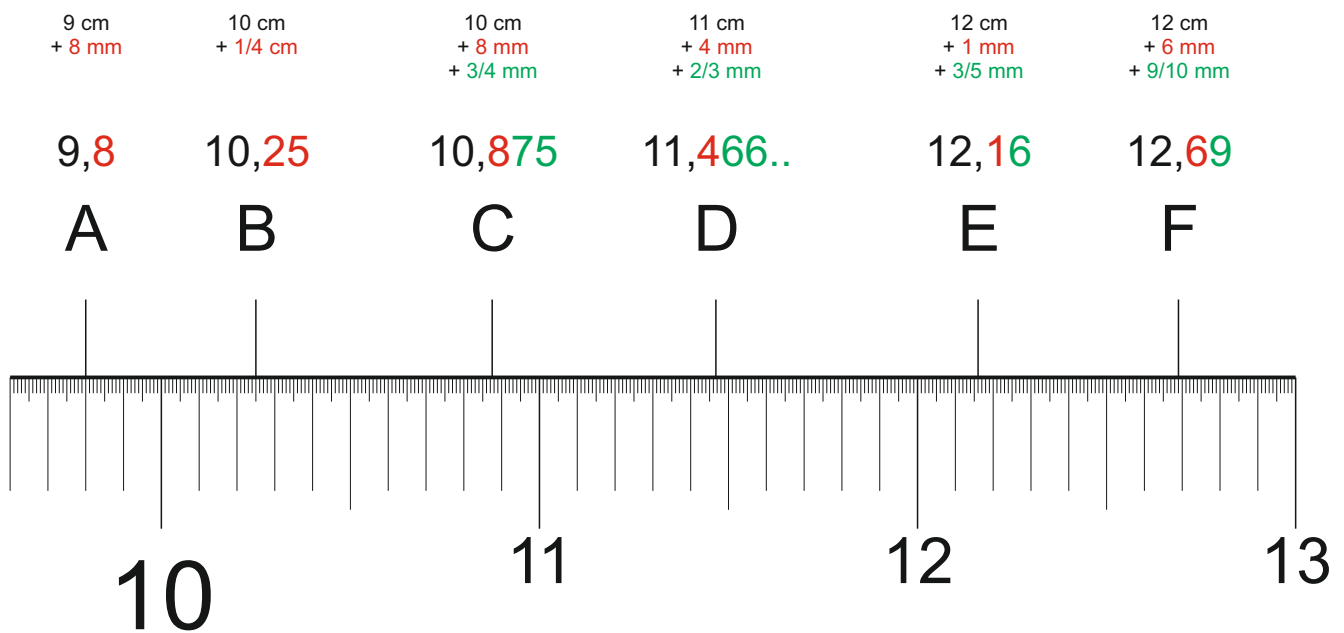
Außerdem muss man in dieser Zeichnung sehr genau abmessen und präzise Punkte setzen können! Das heißt, man muss genau schätzen, schätzen und nochmal schätzen ... bis man zufrieden ist.

Vorübung zum Schätzen:

Hier ist ein Lineal (fünffach vergrößert) mit den Punkten/Strichen A bis F.

Lese und schätze am Lineal ab, wo genau die Striche sind, und notiere mit mehreren Kommastellen:





Hier die Auflösung

A ist klar. Der Strich liegt genau auf einem Millimeterstrich.

B ist auch klar. Der Strich liegt genau zwischen zwei Millimeterstrichen.

C, **D** und **E** sind ähnlich! Sie liegen genau auf einem Teiler des Millimeters. Man muss sich entscheiden, ob es auf Vierteln, Dritteln oder Fünfteln liegt.

C liegt zum Beispiel auf der Hälfte der Hälfte - also einem Viertel Millimeter,

D genau auf zwei Dritteln und

E liegt etwas rechts von der Millimeter-Mitte, also auf 3 Fünfteln (oder 6 Zehnteln).

Auch **F** ist sehr nah am Millimeterstrich. So nah, wie **E** bei der Mitte...: nämlich ein Zehntel weg.

Man kann also doch recht genau schätzen, - immerhin 2 bis 3 Kommastellen im Millimeterbereich.

Dieses genaue Abschätzen mit verschiedenen Methoden werden wir in einigen Wochen auch beim Feldmessen brauchen. Dort wird man auf die verschiedensten Weisen Werte auf Skalen ablesen müssen, die ihre Genauigkeit erst durch das Schätzen erreichen. Solche Skalen sind zum Beispiel in Theodoliten verbaut, die anzeigen können, wie groß ein Winkel zwischen zwei Punkten in der Landschaft genau ist. Wenn man hier ungenau abliest, sind es dann in der Wirklichkeit draußen gleich viele Zentimeter ;-)

Hier wieder mittig die Überschrift:

Hier wieder Euer Name ...

Blatt 02 - Logarithmische Spirale durch gedrehte Quadrate

1,6 cm

1,6 cm

Wie geht man nun vor - ausgehend vom Ausgangsquadrat?

- 1) Länge der Seite des Ausgangsquadrats messen
- 2) Komma um eine Stelle verschieben, um ein Zehntel davon zu bekommen
- 3) Das Zehntel an den vier Ecken im Uhrzeigersinn abtragen
- 4) Die Abtragungspunkte verbinden, - ein neues Ausgangsquadrat entsteht.

- 1) Nun wieder die Seite des neuen Ausgangsquadrats messen
- 2) Ein Zehntel durch Kommaverschiebung finden
- 3) Das Zehntel auf dem neuen Ausgangsquadrat abtragen
- ... und so geht es immer weiter ...

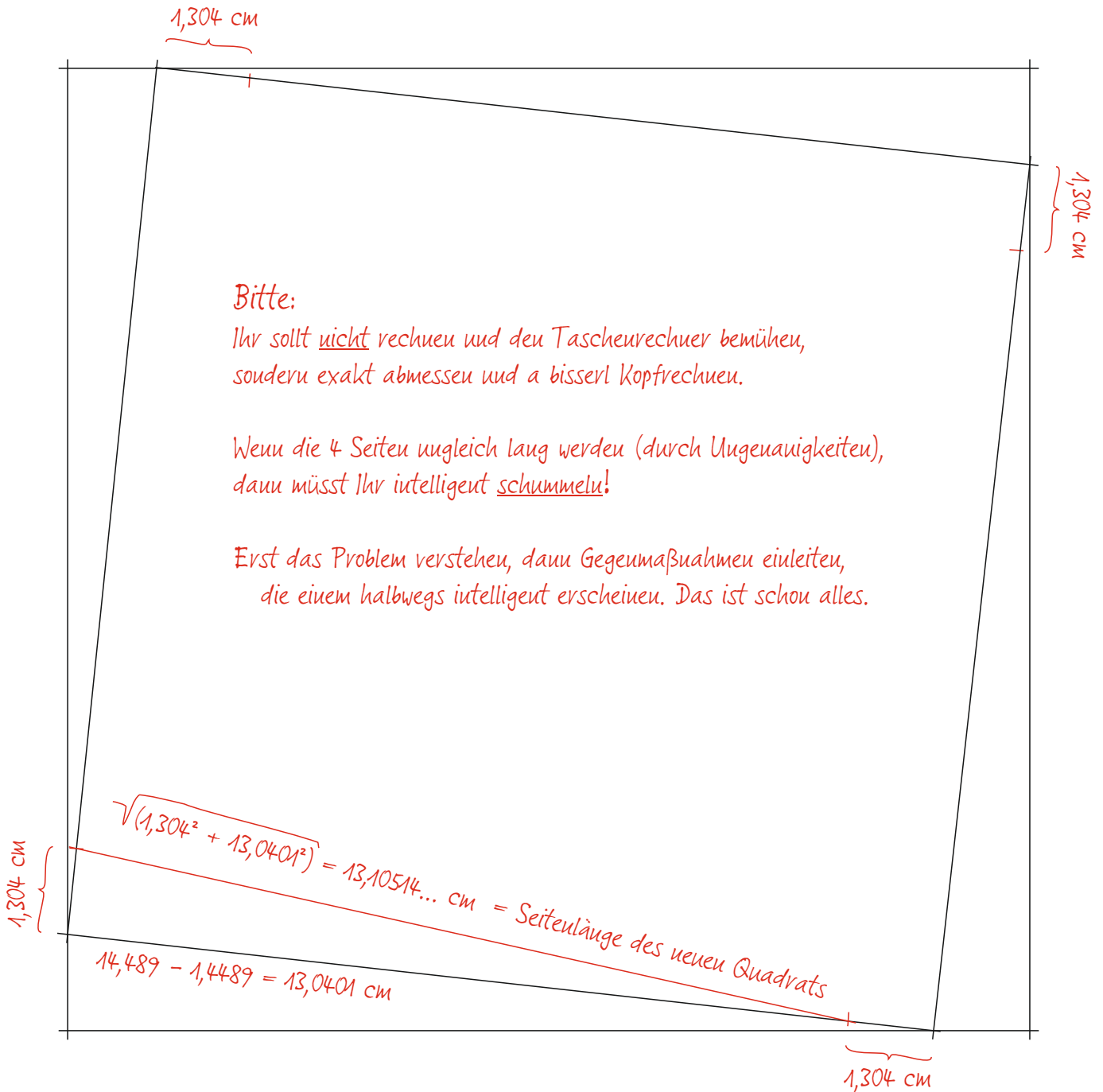
Durch Gegenkathete/Aukathete = $\tan(\alpha^\circ)$ kann die Drehung errechnet werden.
 Das Quadrat dreht sich um $6,3402\dots^\circ$, ca. 56,78 mal pro 360° .
 Wer es schafft, 14 Quadrate einzuzichnen, hat es um fast 90° gedreht und sollte aufhören. Oder er macht weitere 15 Quadrate, bis es wieder "gerade" aussieht.

$\sqrt{(1,6^2 + 14,4^2)} = 14,4886\dots \text{ cm} = \text{Seitlänge des neuen Quadrats}$

16 - 1,6 = 14,4 cm

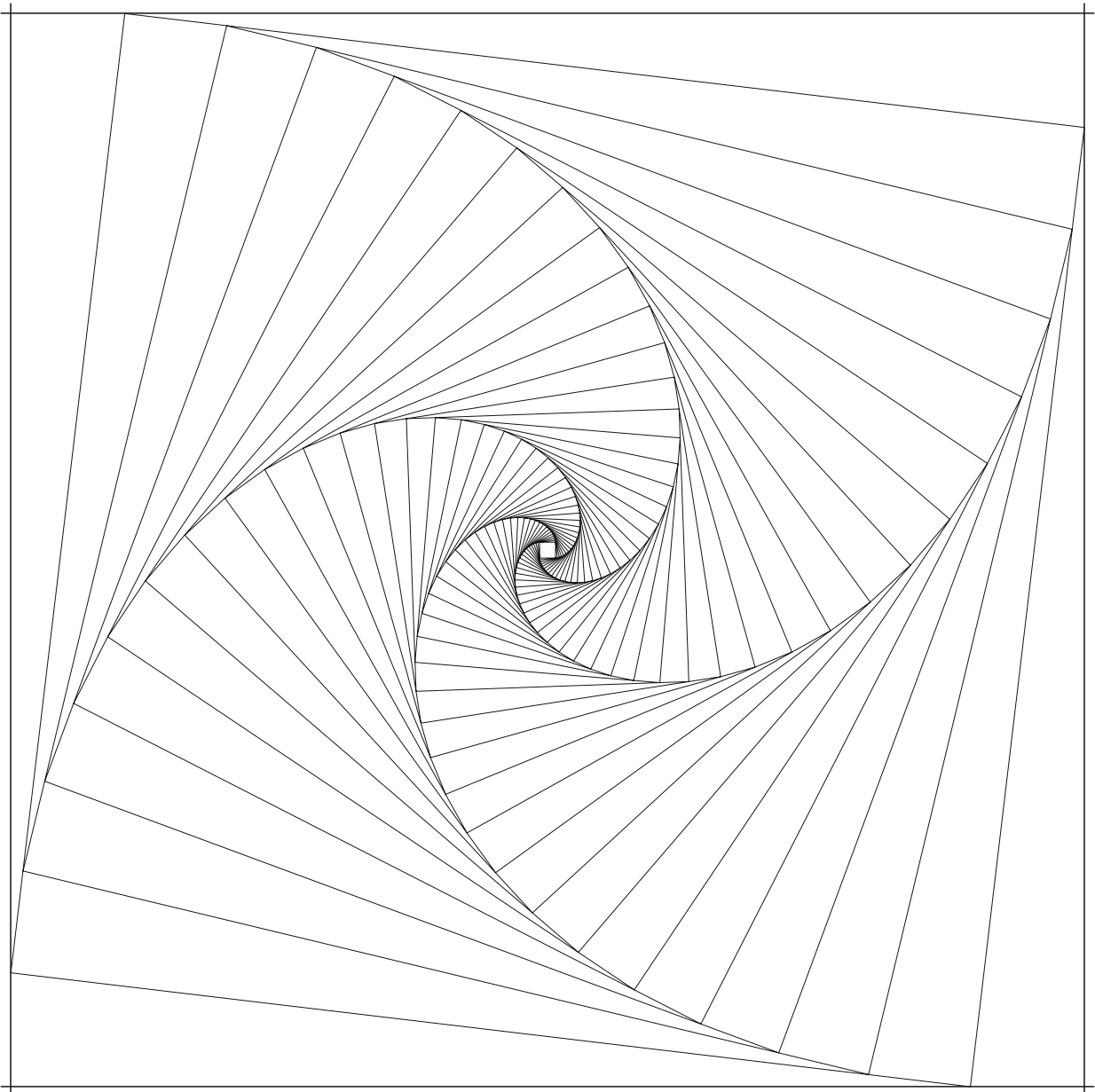
1,6 cm

Blatt 02 - Logarithmische Spirale durch gedrehte Quadrate



Man kann auch sagen: $14,489 \times 0,9 = 13,0401 \text{ cm}$ denn: 0,9 sind $9/10$...

Blatt 02 - Logarithmische Spirale durch gedrehte Quadrate



*Mau kann das nun farblich etwas kolorieren, - aber bitte nur sehr zart insbesondere zur Mitte hin.
Viel Erfolg damit, mit immer spitzen Stiften, Euer Jan Haefliger!*