

Inhaltsverzeichnis

1	Analytische Geometrie: Geraden	8
1.1	Lineare Gleichungen	8
1.2	Die Hauptform einer linearen Gleichung	8
1.3	Wertetabellen	9
1.4	Schaubilder, Koordinatensysteme und Graphen	9
1.5	Lineare Gleichungen als Tarifgleichungen	11
1.6	Die Bedeutung der Zahlen einer linearen Gleichung	13
1.7	Der Schnitt zweier Geraden	15
1.8	Der Steigungswinkel einer Geraden	16
1.9	Der Winkel zwischen zwei Geraden	17
1.10	Die Gleichung einer Parallelen	18
1.11	Aufstellen einer Geraden durch zwei Punkte	19
1.12	Orthogonale Geraden	20
1.13	Der Abstand zweier Punkte	21
1.14	Der Abstand zwischen Punkt und Gerade	22
1.15	Der Abstand zweier paralleler Geraden	23
2	Analytische Geometrie: Parabeln	24
2.1	Quadratische Gleichungen	24
2.2	Normalparabeln	25
2.3	Verschiebung parallel zur y-Achse	27
2.4	Gestauchte und gestreckte Parabeln	28
2.5	Nullstellen von Parabeln	29
2.6	Funktionen	30
2.7	Verschiebung der Normalparabel parallel zur x-Achse	33
2.8	Der Schnittpunkt zweier Funktionen	35
2.8.1	Mit Hilfe der Differenzfunktion	35
2.8.2	Durch Gleichsetzen	37
2.9	Die quadratische Ergänzung bei Normalparabeln	38
2.10	Die allgemeine quadratische Ergänzung	39
2.11	Die Scheitelformel \square	40
2.12	Steckbriefaufgaben	41
2.13	Das Baumverfahren	42
2.14	Die Gleichung einer Geraden durch zwei Punkte	44
2.15	Tunnelparabeln \square	45
3	Folgen	47
3.1	Achilles und die Schildkröte	47
3.2	Grundbegriffe	48
3.3	Fraktale \boxplus	49

4	Einführung in die Differentialrechnung	52
4.1	Grundbegriffe und Theorie	52
4.2	Ableitungsregeln für Potenzfunktionen	53
4.3	Der Differentialoperator \boxplus	54
4.4	Rechnerische Herleitung der Ableitungsregel $x^2 \xrightarrow{\prime} 2x$	55
4.5	Herleitung der Ableitungsregel $x^n \xrightarrow{\prime} nx^{n-1}$	57
4.6	Monotonie	57
4.7	Hoch-, Tief- und Sattelpunkte	58
4.8	Globale und lokale Extrema	59
4.9	Berechnen von Extrempunkten	60
4.10	Berechnen von Scheitelpunkten mit f' \boxminus	61
4.11	Tangenten	62
4.12	Normalen	62
4.13	Die allgemeine Tangentenformel \boxtimes	63
4.14	Umkehraufgaben mit Tangenten \boxtimes	64
4.15	Berührungsbeweise	65
4.16	Kurvenkrümmung	66
4.17	Wendestellen	67
4.18	Punkte mit waagerechter Tangente	68
4.19	Zusammenhang zwischen f und f'	70
4.20	Erweiterte Steckbriefaufgaben	73
4.21	Knickfreie Verbindungen \boxtimes	75
4.22	Optimierungsaufgaben	78
4.22.1	Minimaler Abstand zweier Graphen	78
4.22.2	Optimieren von Figuren unter Graphen	79
4.22.3	Extremwertaufgabe unter Nebenbedingungen	81
4.22.4	Aufgaben mit der Abstandsfunktion \boxtimes	83
5	Die trigonometrischen Funktionen	85
5.1	Sinus, Kosinus und Tangens \boxminus	85
5.2	Bogenmaß	87
5.3	Sinus und Kosinus am Einheitskreis	88
5.4	Die Sinus- und Kosinusfunktionen	88
5.5	Verschiebung der Grundfunktionen	89
5.6	Streckung in y-Richtung und Amplitude	90
5.7	Streckung in x-Richtung und Periode	91
5.8	Die Periodenformel \boxtimes	92
5.9	Die allgemeine trigonometrische Funktion \boxtimes	92
5.10	Modellierung mit trigonometrischen Funktionen \boxtimes	93
5.11	Ableiten von trigonometrischen Funktionen	95

6	Die e-Funktionen	98
6.1	Potenzen	98
6.2	Elementare Exponential- und Potenzgleichungen	98
6.3	Die Potenzgesetze	100
6.4	Die wissenschaftliche Schreibweise	100
6.5	Exponentialfunktionen	102
6.6	Zinsrechnen mit dem Wachstumsfaktor \square	102
6.7	Der Josephspfennig \boxplus	106
6.8	Charakterisierung von exponentiellem Wachstum \boxtimes	107
6.9	Die e-Funktion und ihre Ableitung	107
6.10	Die vier Grundfunktionen der e-Funktion und ihre Verschiebung	108
6.11	Funktionsbestimmungen mit e-Funktionen	110
6.12	Differentialrechnung mit e-Funktionen	112
6.13	Differentialgleichungen \boxtimes	113
6.14	Die DGL des exponentiellen Wachstums \boxtimes	114
6.15	Anfangswertprobleme \boxtimes	115
6.16	Exponentieller Zerfall	116
6.17	Beschränktes Wachstum \boxtimes	118
6.18	Die erste DGL des beschränkten Wachstums \boxtimes	122
6.19	Die zweite DGL des beschränkten Wachstums \boxtimes	122
7	Ganzrationale Funktionen	126
7.1	Potenzfunktionen	126
7.2	Ganzrationale Funktionen	126
7.3	Der Grad einer ganzrationalen Funktion	127
7.4	Skizzieren einer ganzrationalen Funktion	129
7.5	Symmetrie \boxtimes	133
7.6	Symmetrie bei ganzrationalen Funktionen	134
7.7	Allgemeine Symmetrie \boxplus	134
8	Gebrochenrationale Funktionen	136
8.1	Die Hyperbelfunktionen	136
8.2	Definitionslücken und Polstellen	136
8.3	Waagerechte Asymptoten	137
8.4	Asymptotische Näherungskurven \boxplus	139
8.5	Ableiten von gebrochenrationalen Funktionen	141
9	Integralrechnung	145
9.1	Stammfunktionen	145
9.2	Das Aufleiten	145
9.3	Aufleitungsregeln	145
9.4	Bestimmte Stammfunktionen	148
9.5	Das Integral	149
9.6	Rekonstruierte Bestände	150

9.7	Der Hauptsatz der Analysis	153
9.8	Berechnung eines Integrals	153
9.9	Integralfunktionen [*]	154
9.10	Bestimmen der Fläche zwischen Graph und x -Achse	157
9.11	Bestimmen der Fläche zwischen zwei Graphen	158
9.12	Unbeschränkte Flächen	159
9.13	Nach oben unbeschränkte Flächen	161
9.14	Mittelwerte [*]	162
9.15	Rotationsvolumina [*]	164
9.16	Beweis der Formel für das Kegelvolumen \boxplus	165
9.17	Hohlkörper [*]	166
10	Erweiterung des Funktionsbegriffes [*]	169
10.1	Hintereinanderausführung von Funktionen [*]	169
10.2	Ableitungsregeln [*]	171
10.2.1	Ableitung der Grundfunktionen	171
10.2.2	Vorfaktorregel	172
10.2.3	Summenregel	172
10.2.4	Kettenregel	172
10.2.5	Produktregel	173
10.2.6	Quotientenregel \boxplus	173
10.3	Geometrische Veränderung von Graphen [*]	174
10.4	Umkehrfunktionen [*]	176
10.5	Senkrechte Asymptoten bei Bruchfunktionen [*]	178
10.6	Waagerechte Asymptoten bei Bruchfunktionen	179
10.7	Funktionsscharen [*]	180
10.7.1	Grundlagen	180
10.7.2	Ortskurven	182
10.7.3	Gemeinsame Punkte einer Schar	183
11	Gleichungslehre	185
11.1	Satz vom Nullprodukt und Ausklammern	185
11.2	Spezielle quadratische Gleichungen	186
11.3	Der Satz von VIÉTA	187
11.4	Exponentialgleichungen	188
11.5	Bruchgleichungen	189
11.6	Biquadratische Gleichungen	190
11.7	Elementare trigonometrische Gleichungen	191
11.8	Substitution bei trigonometrischen Gleichungen	192
11.9	Substitution bei quasiquadratischen Gleichungen	193
11.10	Das NEWTON-Verfahren \boxplus	194
11.11	Polynomdivision \boxplus	196

12 Zahlentheorie	199
12.1 Mengen und Intervalle	199
12.2 Die Zahlbereiche	200
12.3 Abzählbare und überabzählbare Unendlichkeit \boxplus	201
13 Lösungen	204
Stichwortverzeichnis	224